Примеры решения задач

Задача 1. Для определения удельной теплоёмкости меди в алюминиевый калориметр массой 60 г, содержащий 400 г воды, была опущена медная гиря массой 500 г. Начальная температура гири $100^\circ C$. Начальная температура калориметра с водой $15^\circ C$. Какое значение удельной теплоёмкости было найдено, если конечная температура в калориметре $23,4^\circ C$? Удельная теплоёмкость алюминия $c_{ал} = 920$ Дж/(кг·К), удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·К).

Решение. В этом тепловом процессе в тепловой контакт приводятся три тела, имеющие различные температуры (алюминиевый калориметр, вода и медная гиря). Через некоторое время внутри калориметра установится тепловое равновесие.

В процессе перехода в тепловое равновесие одни тела (в данном случае – гиря) будут отдавать теплоту (суммарное количество теплоты $Q_{\text{отд}}$), другие (калориметр и вода) будут получать теплоту (суммарное количество теплоты $Q_{\text{пол}}$). А так как калориметр и содержащиеся в нём тела не обмениваются теплом с окружающим пространством, а только между собой, то можно записать уравнение теплового баланса: $Q_{\text{пол}} = Q_{\text{отд}}$.

Определим количество отданной теплоты $Q_{\text{отд}}$. Медная деталь массой $M_{\text{м}}$ охлаждается от температуры $t_1 = 100^\circ C$ до температуры $t = 23,4^\circ C$, отдавая при этом количество теплоты $Q_{\text{отд}} = Q_{\text{м}} = c_{\text{м}} \cdot M_{\text{м}}\left(t_2 - t_1\right)$, где $c_{\text{м}}$ – удельная теплоёмкость меди (искомая величина).

Определим количество полученной теплоты $Q_{\text{пол}}$. Оно складывается из теплоты полученной калориметром $Q_{\text{к}}$ и теплоты полученной водой $Q_{\text{в}}$: $Q_{\text{пол}} = Q_{\text{к}} + Q_{\text{в}}$.

Так как калориметр и вода нагреваются от начальной температуры t_2 до конечной t, то входящие в это выражение величины $Q_{\text{к}}$ и $Q_{\text{в}}$ определяются следующим образом:

$$Q_{\text{к}} = c_{\text{ал}} \cdot M_{\text{ал}}\left(t - t_2\right), \qquad Q_{\text{в}} = c_{\text{в}} \cdot M_{\text{в}}\left(t - t_2\right).$$

Здесь $M_{\text{ал}}$ и $M_{\text{в}}$ – массы алюминиевого калориметра и воды соответственно, $c_{\text{ал}}$ и $c_{\text{в}}$ – удельные теплоёмкости алюминия и воды.

Подставляя полученные выражения в уравнение теплового баланса, для удельной теплоёмкости меди получаем:

$$c_{\text{м}} = \frac{M_{\text{ал}} c_{\text{ал}}\left(t - t_2\right) + M_{\text{в}} c_{\text{в}}\left(t - t_2\right)}{M_{\text{м}}\left(t_1 - t\right)} \approx 380\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}.$$

Задача 2. К чайнику с кипящей водой ежесекундно подводится энергия, равная $1,13$ кДж. Найдите скорость истечения пара из носика чайника, площадь сечения S которого равна 1 см^2. Плотность $\rho_п$ водяного пара считать равной 1 кг/м^3.

Решение. Пусть $q = 1{,}13$ кДж/с – энергия, подводимая ежесекундно к чайнику с кипящей водой. Будем считать, что вся эта энергия идёт на превращение воды в пар (т.е. пренебрежём потерями энергии на нагревание самого чайника и окружающего воздуха). Тогда за τ секунд к воде подводится энергия $Q_{подв} = q\tau$ и уже нетрудно рассчитать массу воды $m_в$ превращающуюся в пар за это время: $m_в = \dfrac{Q_{подв}}{L_в} = \dfrac{q\tau}{L_в}$, где $L_в$ – удельная теплота парообразования воды.

Масса пара, проходящая за время τ через носик чайника равна массе испарившейся воды $\left(m_п = m_в\right)$. За это время через выходное отверстие носика чайника смогут пролететь только те порции пара, которые находились от него на расстоянии не дальше, чем $l = v \cdot \tau,$ где v – скорость течения пара.

Тогда объём V пара, выходящего из носика чайника за время τ равен $V = Sl = Sv\tau$, а его масса равна $m_п = \rho_п V = \rho_п S v\tau.$

Из двух уравнений для скорости v истечения пара находим:

$$v = \frac{m_п}{\rho_п S\tau} = \frac{q\tau}{L_в \rho_п S\tau} = \frac{q}{L_в \rho_п S} = 5 \text{ м/с}.$$

Задача 3. Сосуд с водой имеет начальную температуру $t_в = 22^\circ C.$ Его общая теплоёмкость равна $C = 1670$ Дж/К. В сосуд поместили $m_л = 100$ г льда при температуре $t_л = -8^\circ C.$ Какая температура установится в сосуде?

Решение. Особенной температурой в данной ситуации является температура $t_0 = 0^\circ C$ – температурой таяния льда (или замерзания воды). Если количество теплоты, которое могут отдать тёплая вода и сосуд при остывании до этой температуры, больше количества теплоты, необходимого для плавления всей массы льда, то в системе установится температура $t > 0^\circ C$. Допустим, что это так.

Для составления уравнения теплового баланса определим, какое количество теплоты могут отдать одни элементы системы, а какое количество теплоты могут получить другие. Теплоту отдают тёплая вода и сосуд при охлаждении от $t_\text{в} = 20^\circ C$ до искомой температуры t. Теплоту получают: лёд (при нагревании до $t_0 = 0^\circ C$), лёд (при плавлении) и получившаяся изо льда холодная вода при нагревании от $t_0 = 0^\circ C$ до температуры t.
Количество теплоты Q_1, необходимое для нагревания льда массой от температуры $t_\text{л} = -8^\circ C$ до температуры $t_0 = 0^\circ C$, равно $Q_1 = c_\text{л} m_\text{л} \left(t_0 - t_\text{л}\right)$, где $c_\text{л}$ – удельная теплоёмкость льда.

Для плавления льда массой $m_\text{л}$ при температуре плавления необходимо количество теплоты $Q_2 : Q_2 = \lambda_\text{л} m_\text{л}$, где $\lambda_\text{л}$ – удельная теплота плавления льда.

Количество теплоты Q_3, необходимое для нагревания получившейся при таянии льда холодной воды массой $m_\text{л}$ от температуры $t_0 = 0^\circ C$ до температуры t, равно $Q_3 = c_\text{в} m_\text{л} \left(t - t_0\right)$, где $c_\text{в}$ – удельная теплоёмкость воды.

Для количества теплоты Q_4, отдаваемого тёплой водой и сосудом при охлаждении от $t_\text{в} = 20^\circ C$ до искомой температуры t, имеем $Q_4 = C\left(t_\text{в} - t\right)$.

Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_\text{пол} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = c_\text{л} m_\text{л} \left(t_0 - t_\text{л}\right) + \lambda_\text{л} m_\text{л} + c_\text{в} m_\text{л} \left(t - t_0\right) =$$
$$= Q_\text{отд} = Q_4 = C\left(t_\text{в} - t\right).$$

Решая это уравнение относительно t, получаем:

$$t = \frac{Ct_{\text{в}} - c_{\text{л}} m_{\text{л}} \left(t_0 - t_{\text{л}}\right) - \lambda_{\text{л}} m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} t_0}{C + c_{\text{в}} m_{\text{л}}} \approx 1,5^\circ C.$$

Получившаяся температура больше $0^\circ C$, следовательно, сделанное предположение оказалось верным и в сосуде установится температура $1,5^\circ C$.

Задача 4. В электрический чайник налили холодную воду при температуре $t_1 = 10^\circ C$. Через 8 минут после включения чайника вода нагрелась до температуры $t_2 = 80^\circ C$. Через какое время после начала нагрева испарится половина воды, первоначально находившейся в чайнике? Потерями теплоты и испарением воды при её нагревании до $t_3 = 100^\circ C$ пренебречь. Удельная теплота парообразования воды $L_{\text{в}} = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Решение. Пусть нагреватель чайника за одну минуту отдаёт окружающей его воде количество теплоты q. Тогда количество теплоты Q_1, поступившее от нагревателя за время $\tau_1 = 8$ мин и нагревшее воду массой m от начальной температуры $t_1 = 10^\circ C$ до температуры $t_2 = 80^\circ C$, равно $Q_1 = q\tau_1 = c_{\text{в}} m \left(t_2 - t_1\right)$.

Отсюда для массы воды имеем: $m = \dfrac{q\tau_1}{c_{\text{в}}\left(t_2 - t_1\right)}$.

Время τ_2, необходимое для нагревания воды от температуры $t_2 = 80^\circ C$ до температуры кипения $t_3 = 100^\circ C$, получим из выражения: $Q_2 = q\tau_2 = c_{\text{в}} m \left(t_3 - t_2\right)$.

С учётом выражения для массы воды получаем

$$\tau_2 = \frac{Q_2}{q} = \frac{c_{\text{в}} m \left(t_3 - t_2\right)}{q} = \frac{\left(t_3 - t_2\right)}{\left(t_2 - t_1\right)} \tau_1 \approx 2,3 \text{ мин.}$$

Для испарения половины воды при температуре кипения требуется количество теплоты $Q_3 = 0,5 m L_{\text{в}} = q\tau_3$, где τ_3 – необходимое для этого время. Отсюда для τ_3 находим:

$$\tau_3 = \frac{Q_3}{q} = \frac{0,5mL_{\text{в}}}{q} = \frac{0,5L_{\text{в}}}{c_{\text{в}}\left(t_2 - t_1\right)}\tau_1 \approx 30,8 \text{ мин.}$$

Таким образом, от начала нагрева воды до момента испарения половины воды пройдет $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \approx 41,1$ мин.

Задача 5. В калориметр, где находилась вода массой $M = 1$ кг при температуре $t_1 = 20^\circ C$, опустили мокрый снег массой $m = 250$ г. После того, как снег растаял и установилось тепловое равновесие, в калориметре оказалась вода при температуре $t_2 = 5^\circ C$. Сколько воды содержалось в снегу? Теплоёмкостью калориметра и потерями теплоты пренебречь.

Решение. Конечное агрегатное состояние системы по условию задачи – вода. Мокрый снег (смесь льда и воды при температуре $t_0 = 0^\circ C\Big)$ получает теплоту от находящейся в калориметре тёплой воды.

Часть теплоты, подведённой мокрому снегу, идёт на плавление находящегося в снегу льда. Пусть масса льда равна $m_{\text{л}}$. Для плавления льда при температуре плавления $\left(t_0 = 0^\circ C\right)$ необходимо количество теплоты Q_1 : $Q_1 = \lambda_{\text{л}} m_{\text{л}}$.

На нагревание получившейся из мокрого снега воды массой $m = 250$ г от температуры $t_0 = 0^\circ C$ до температуры $t_2 = 5^\circ C$ требуется количество теплоты Q_2 : $Q_2 = c_{\text{в}} m\left(t_2 - t_0\right)$.

Таким образом, суммарное количество теплоты $Q_{\text{пол}}$, получаемое мокрым снегом, а затем холодной водой, равно

$$Q_{\text{пол}} = Q_1 + Q_2 = \lambda_{\text{л}} m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m\left(t_2 - t_0\right).$$

Вода, первоначально находившаяся в калориметре, охлаждается от температуры $t_1 = 20^\circ C$ до температуры $t_2 = 5^\circ C$, отдавая при этом количество теплоты $Q_{\text{отд}}$: $Q_{\text{отд}} = c_{\text{в}} M\left(t_1 - t_2\right)$.

Уравнение теплового баланса для данного теплового процесса можно записать следующим образом:

$$Q_{\text{отд}} = c_{\text{в}} M\left(t_1 - t_2\right) = Q_{\text{пол}} = \lambda_{\text{л}} m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m\left(t_2 - t_0\right).$$

Отсюда для массы $m_ё$ льда, находившегося в мокром снегу, получаем $m_л = \dfrac{c_в M\left(t_1 - t_2\right) - c_в m\left(t_2 - t_0\right)}{\lambda_л} \approx 170$ г.

Масса же воды, содержавшейся в мокром снегу, равна 80 г.