

Контрольные вопросы

1(1). Решите неполное квадратное уравнение:

а) $25x^2 = 0$;

б) $16x^2 - 5 = 0$;

в) $3x^2 - 7x = 0$;

г) $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{11} = 0$.

2(2). Решите квадратное уравнение:

а) $10x^2 + 3x - 1 = 0$;

б) $6x^2 - 5x - 8 = 0$;

в) $9x^2 - 42x + 49 = 0$;

г) $2x^2 - 3x + 9 = 0$.

3(2). Решите квадратное уравнение, используя формулу корней с D_1 (смотри формулу (8) в Задании):

а) $x^2 - 16x + 60 = 0$;

б) $x^2 - 6x + 7 = 0$;

в) $9x^2 + 30x + 25 = 0$. г) $3x^2 + 10x + 9 = 0$.

4(2). Выясните, какие из ниже приведённых уравнений являются равносильными:

а) $x^2 - 4x - 5 = 0$ и $(x-5)(x+1) = 0$;

б) $30x^2 + x - 1 = 0$ и $6x - 1 = 0$;

в) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ и $3x - 2 = 0$;

г) $x^2 + x + 24 = 0$ и $7x^2 - 9x + 20 = 0$.

5(1). Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа $\frac{5}{2}$ и -2 .

6(2). Решите уравнение:

а) $12x^4 - 35x^2 + 18 = 0$; б) $5x^4 + 13x^2 - 6 = 0$;

в) $8x^4 + 14x^2 + 3 = 0$; г) $x^6 - x^4 - 81x^2 + 81 = 0$.

7(3). Решите уравнение:

а) $x - 2\sqrt{x} - 8 = 0$; б) $2x^2 - (\sqrt{x})^2 - 3 = 0$;

в) $\sqrt{5x+1} = 3x - 5$.

8(4). Решите уравнение:

а) $x^2 - 4|x| + 3 = 0$; б) $\frac{x^2 - 9x + 20}{x - 4} = 0$;

в) $|x^2 - 6x + 5| = 3$; г) $|x^2 - 2x + 9| = |4x^2 - 3x + 7|$.

9(2). Сократите дробь $\frac{35 + x - 6x^2}{4x^2 - 12x + 5}$.

10(2). а) Найдите наименьшее значение квадратного трёхчлена $4x^2 - 10x + 3$.

б) Найдите наибольшее значение квадратного трёхчлена $2 + 5x - 3x^2$.

11(4). Решите уравнение при всех допустимых значениях параметра a :

а) $5ax + x = 10a^2 - 13a - 3$; б) $(a+1)x^2 + 2(a+2)x + (a+5) = 0$.

12(2). Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x^2 - 2xy + y^2 = 5, \\ 2x + y = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x^2 + 2xy - y^2 = 4, \\ 2x^2 - 3xy + 3y^2 = 2. \end{cases}$$

Задачи

1(2). Не решая квадратное уравнение $x^2 - 2x - 5 = 0$, найти значение выражения $x_1^3 + x_2^3$, где x_1 и x_2 корни заданного уравнения.

2(8). Решите уравнение:

а) $(x^2 + 2x + 2)^2 - 3(x - 1)(x + 3) = 85;$

б) $9\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 24\left(x - \frac{1}{x}\right) = 18;$

в) $\frac{10x}{3x^2 - 4x + 1} - \frac{15x}{3x^2 + x + 1} = 2.$

г) $(x + 3)^2 - \frac{7}{x^2 + 6x} = 15.$

3(4). Решите уравнение:

а) $|x^2 + 2x - 5| = 1 - 2x.$

б) $(x + 1) \cdot |x - 4| - (2x - 1) \cdot |x - 1| = 3.$

4(3). Сумма квадратов цифр некоторого двузначного числа на 4 больше удвоенного произведения цифр данного числа. После деления этого числа на сумму цифр данного числа в частном получается 4 и в остатке 15. Найти данное число.

5(3). На предприятии работают 3 машинистки разной квалификации. Первая печатает в час на 2 страницы больше, чем вторая; у третьей на печатание страницы уходит на 4 минуты больше, чем у первой, и в $\frac{4}{3}$ раза больше, чем у второй. Сколько страниц в час печатает первая машинистка?

6(4). К раствору, содержащему 39 г. соли добавили 1000 г. воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 10 %. Найти первоначальную процентную концентрацию соли в растворе.

7(3). По графику поезд должен проходить перегон AB , равный 20 км, с постоянной скоростью. Но с заданной скоростью он прошёл полпути и остановился на 3 мин.; чтобы во время прийти в пункт B , ему пришлось остальные полпути идти на 10 км/ч быстрее. Второй раз поезд простоял там уже 5 мин. С какой скоростью он должен был идти оставшуюся часть пути, чтобы прибыть в пункт B по расписанию?

8(3). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+1)(y+1) = 10, \\ (x+y)(xy+1) = 25. \end{cases}$$

9(4). Решите систему уравнений для всех допустимых значений параметра a :

$$\begin{cases} (2a+1)x + (a+1)y = 3a-1, \\ (5a+1)x + (3a+1)y = 2a+2. \end{cases}$$

10(3). При каком значении параметра a уравнение

$$\frac{x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 3a - 2}{x^2 - 6x + 5} = 0$$

имеет единственное решение?

11(2). Постройте график функции:

$$\text{а) } y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}; \quad \text{б) } y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}.$$

12(5). Найти число решений системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \quad (a > 0), \\ (y-x)^2 = 16. \end{cases}$$