

### Контрольные вопросы

**1(3).** (МГУ, 2003, филфак) Даны такие арифметическая прогрессия  $\{a_n\}$  и геометрическая прогрессия  $\{b_n\}$ , что  $a_1 = b_1$ ,  $a_4 = b_3$ ,  $a_2 a_3 - b_2^2 = 8$ . Найдите разность арифметической прогрессии.

**2(3).** (МГУ, 2004, мехмат) Найдите все возможные значения суммы убывающей арифметической прогрессии  $a_1 = \frac{6m - m^2 - 9}{6m - m^2}$ ,

$$a_2 = \frac{6m - m^2 - 12}{6m - m^2}, \dots, a_n = \frac{-10}{6m - m^2}, \text{ где } m - \text{некоторое целое число.}$$

**3(3).** (МГУ, 2004, географ фак) Сколько цифр содержится в десятичной записи 99991-го члена последовательности  $a_n$ , если  $a_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + 1024$ ,  $\lg 2 = 0,301029\dots$ ?

**4(3).** (МГУ, 2004, соцфак) На факультете  $A$  отличники составляют 10% от общего количества студентов этого факультета, на факультете  $\acute{A}$  – 20%, а на факультете  $B$  – лишь 4%. Найдите средний процент отличников по всем трем факультетам, если известно, что на факультете  $\acute{A}$  учится на 50% больше студентов, чем на факультете  $A$ , а на факультете  $B$  – вдвое меньше, чем на факультете  $A$ .

**5(3).** (МГУ, 2004, соцфак) Популярность продукта  $A$  за 2002 год выросла на 20%, в следующем году снизилась на 10%, а в конце 2004 г сравнялась с популярностью продукта  $\acute{A}$ . Популярность продукта  $\acute{A}$  в 2002 году снизилась на 20%, затем на протяжении одного года не изменилась, а за 2004 г выросла на 40%. Как изменилась популярность продукта  $A$  за 2004 г, если в начале 2002 года она составляла  $\frac{2}{3}$  от популярности продукта  $\acute{A}$ .

**6(3).** (МГУ, 2005, соцфак) Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия содержит член  $b_n = \frac{1}{6}$ . Отношение суммы членов прогрессии, стоящих перед  $b_n$ , к сумме членов, стоящих после  $b_n$ , равно 6. Найдите  $n$ , если сумма всей прогрессии равна  $\frac{3}{4}$ .

**Вычислите следующие пределы:**

$$7(2). \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{14n + 5(-1)^n}{15n - 3(-1)^n}.$$

$$8(3). \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3)}{5n^2 - 13}.$$

$$9(4). \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(6n-5)(6n+1)} \right).$$

$$10(3). \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1 + 2 + \dots + n} - \frac{4n^2 + 2n - 6}{6n + 3} \right).$$

$$11(3). \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{(5+n)(n+4)} - \frac{(n+3)(n+4)}{n+5} \right).$$

### Задачи

**Найдите пределы функций (1-4)**

$$1(2). \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^3 - \sqrt{3x} + 12}{23x^3 - 14}.$$

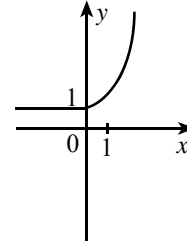
$$2(2). \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 15}{\sqrt{x^2 + 13x - 12}}.$$

$$3(2). \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 - 13x + 8} - 3x.$$

$$4(2). \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 3x - 1}{3x^2 - 4x + 1}.$$

5(2). Укажите промежуток (или объединение промежутков, если их несколько), в каждой точке которого существует производная функции, график которой

приведен на рис.  $y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0; \\ 1, & x < 0. \end{cases}$



6(2). Найдите сумму всех целых чисел, принадлежащих промежутку возрастания функции  $y = -\frac{x^3}{3} + 5x^2 + 12$ .

7(2). Найдите сумму квадратов всех целых чисел, принадлежащих промежутку убывания функции  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ .

8(2). На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на отрезке  $[-1; 7]$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и в ответе укажите число промежутков возрастания.

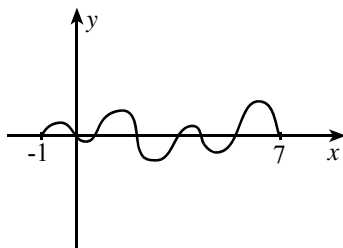


Рис. 2

9(2). Укажите наименьшее значение функции

$$4x^4 + 12x^3 + x^2 - 12x + 7.$$

10(2). Укажите наибольшее значение функции

$$-4x^4 + 12x^3 - 13x^2 + 6x + 8.$$

11(2). Укажите наименьшее значение функции

$$9x^4 + 12x^3 - 2x^2 - 4x - 4.$$

12(2). Укажите наибольшее значение функции

$$-x^4 + 8x^3 - 22x^2 + 24x + 4.$$

13(2). Материальная точка движется по прямой согласно уравнению

$$S(t) = t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 1. \text{ Найдите ее скорость в момент } t = 3.$$

14(2). Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = 2t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 3t + 1.$$

В какой момент времени ускорение будет равно 19.