

Контрольные вопросы

1(1). Укажите, какие из ниже перечисленных чисел являются рациональными, а какие иррациональными:

$$\frac{7}{5}; \sqrt{3}; \sqrt{79}; 0,578; \sqrt{1030}; 2,3(79).$$

2(3). Докажите, что число $\sqrt{13}$ является иррациональным числом.

3(2). При каких x имеет смысл выражение:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{5x-3}{\sqrt{x-2}}; & \text{б) } \frac{2x}{\sqrt{2x-\sqrt{x+3}}}; & \text{в) } \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2x-3-1}}; \\ \text{г) } \frac{3}{x \cdot \sqrt{x^2+1}}; & \text{д) } \frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{-x}}. \end{array}$$

4(2). Решите уравнения:

$$\text{а) } \sqrt{x} - 7 = 0; \quad \text{б) } \sqrt{2x} + 9 = 0; \quad \text{в) } \sqrt{2x-1} = 3; \quad \text{г) } \sqrt{2x+1} = \sqrt{3x-1}.$$

5(1). Сравните числа $a = \frac{1}{3}\sqrt{721}$ и $b = \frac{1}{5}\sqrt{2002}$.

6(1). Между какими соседними натуральными числами расположено число $a = \frac{1}{11}\sqrt{3024}$?

7(1). Докажите, что $(\sqrt{7} - \sqrt{11})^2 = 18 - 2\sqrt{77}$. Следует ли из этого, что $\sqrt{7} - \sqrt{11} = \sqrt{18 - 2\sqrt{77}}$?

8(1). Докажите, что число $\frac{2}{3+\sqrt{7}} - \frac{46}{\sqrt{3}-7} + \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$ является натуральным числом.

9(4). Упростите:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \left(2\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{8} \right) \cdot 3\sqrt{6}; \\ \text{б) } (3\sqrt{2} - 1)(3\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{1,5} - \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3} + 1); \\ \text{в) } \frac{(\sqrt{75} + \sqrt{50})(5 - 2\sqrt{6})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}; \\ \text{г) } \left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) (\sqrt{6} + 11). \end{array}$$

10(3). Сократите дроби:

$$\text{а) } \frac{2-\sqrt{a}}{a-4}; \quad \text{б) } \frac{9y^2+6y\sqrt{b}+b}{3y+\sqrt{b}}; \quad \text{в) } \frac{x\sqrt{x}+27}{\sqrt{x}+3}.$$

11(1). Докажите, что число $3 - \sqrt{2}$ не является корнем уравнения $x^3 - 7x^2 - 7x + 1 = 0$.

12(2). Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5\sqrt{x-2} - 3\sqrt{y+4} = 1, \\ 2\sqrt{x-2} + \sqrt{y+4} = 7. \end{cases}$$

13(2). Постройте графики функции:

$$\text{а) } y = \sqrt{(x+2)^2} + 1; \quad \text{б) } y = \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3}.$$

Задачи

1(1). Расположите числа в порядке возрастания:

а) $\frac{1}{3}\sqrt{6}; 4\frac{1}{\sqrt{32}}; \frac{1}{3};$

б) $\sqrt{10} - 5; 15\sqrt{5} - 3\sqrt{125}; 6\sqrt{3}; \sqrt{107}; \dots \sqrt{29} + \sqrt{51}.$

2(3). Докажите, что число $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{7}$ является иррациональным числом.

3(2). а) Приведите пример двух иррациональных чисел, сумма которых – число рациональное;

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, произведение которых – число рациональное.

4(2). Сравните числа:

а) $\frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7}$ и $\sqrt{250};$

б) $\sqrt{13} + \sqrt{5}$ и $\sqrt{10} + \sqrt{18};$

в) $\sqrt{11} + \sqrt{5}$ и $\sqrt{13} + \sqrt{3}.$

г) $3 - \sqrt{5}$ и $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}.$

5(1). При каких x определено выражение $\sqrt{x+3} - \frac{1}{(x+1)\sqrt{-x+7}}?$

6(2). Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{75a^5b^{18}}$ при $b \leq 0;$ б) $\sqrt{-27x^7y^5};$ при $x < 0, y > 0;$

в) $-\sqrt{(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^3(4 - \sqrt{17})^5};$ г) $\sqrt{\frac{-1}{(a-b)^7}}.$

7(2). Внесите множитель под знак корня:

а) $(3-x)\sqrt{\frac{1}{x-3}};$ б) $-x\sqrt{-x};$ в) $(2-a)^3\sqrt{\frac{a}{a-2}}$ при $a > 2;$

г) $(5-a)\sqrt{a}$ при $a > 5.$

8(3). Решите уравнения:

а) $\sqrt{3x+10} = 4;$ б) $\sqrt{5x-7} = -3;$ в) $\frac{2\sqrt{x-5}-3}{5+\sqrt{x-5}} = -\frac{1}{6};$

г) $(2+3\sqrt{x})(3-\sqrt{x}) = 20-3x;$

д) $\sqrt{16-24x+9x^2} = \sqrt{4x^2-20x+25};$

е) $\sqrt{(5x-3)^2} - \sqrt{(2x-3)^2} = 1.$

9(3). Упростите выражения:

а) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}+1}{a-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \left(\frac{\sqrt{a}}{b-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}+b} \right);$

б) $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}};$

в) $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{(\sqrt{a})^3\sqrt{b}}{a+b} - \frac{2b}{a-b}.$

10(2). Докажите, что значение выражения $\sqrt{15+6\sqrt{6}} + \sqrt{55-14\sqrt{6}}$ является натуральным числом.

11(2). Упростите выражение, используя формулу двойного радикала:

а) $\sqrt{11-6\sqrt{2}};$ б) $\sqrt{7+\sqrt{40}}.$

12(6). Постройте графики функций:

а) $y = \sqrt{-x};$ б) $y = \sqrt{x+1} - 1;$ в) $y = 2 - \sqrt{x-2};$

$$\text{г) } y = \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x+1)^2}; \quad \text{д) } y = \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{(x+1)x};$$

$$\text{е) } y = \begin{cases} -\frac{27}{x}, & \text{если } x \leq -3; \\ x^2, & \text{если } -3 < x \leq 2; \\ 4 - 2\sqrt{x-2}, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$