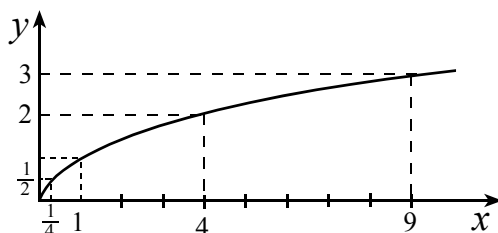


## §5. Построение графиков функций

В школьном курсе 7-го класса вы уже рассматривали графики линейной функции  $y = kx + b$ , графики функций  $y = x^2$  и  $y = x^3$ . В этом году вы познакомились с еще одной функцией, а именно, с функцией  $y = \sqrt{x}$ . Составим таблицу значений этой функции, очевидно, что она определена при  $x \geq 0$ .

x	0	1/16	1/9	1/4	1	4	9
y	0	1/4	1/3	1/2	1	2	3

Построим график этой функции.



**Пример 1.** Постройте графики функций:

а)  $y = \sqrt{x^2}$ ; б)  $y = -\sqrt{-x}$ ; в)  $y = \sqrt{x+1}$ ; г)  $y = \sqrt{|x+1|}$ ;

д)  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ ; е)  $y = (-\sqrt{x})^2$ .

Δ а) Из определения арифметического корня следует, что

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

График данной функции приведен на рис. 2.

б) Из определения корня следует, что  $-x \geq 0$ , т.е.  $x \leq 0$ . Составим таблицу значений функции.

x	0	-1/16	-1/4	-1	-4	-9
y	0	-1/4	-1/2	-1	-2	-3

График функции изображен на рис. 3.

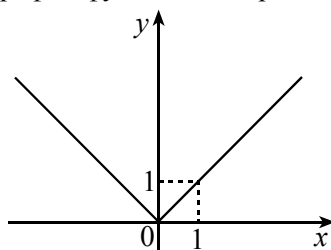


Рис. 2

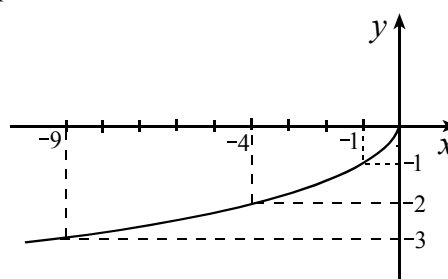


Рис. 3

в) Данная функция определена при  $x+1 \geq 0$ ,  $x \geq -1$ . При  $x = -1$ ,  $y = 0$ , при  $x = 3$ ,  $y = 2$ , при  $x = 8$ ,  $y = 3$ . График данной функции получается из графика функции  $y = \sqrt{x}$  параллельным сдвигом вдоль оси  $Ox$  на одну единицу влево. Приводим график данной функции на рис. 4.

Рис. 4

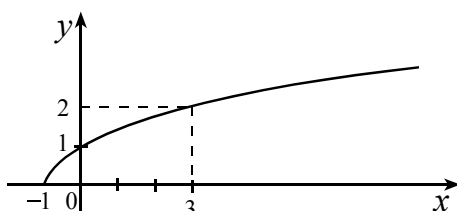
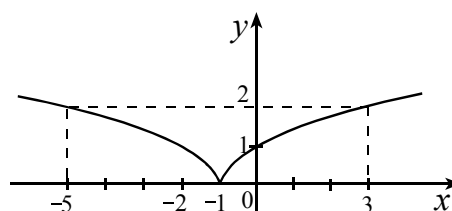


Рис. 5



г) Данная функция определена при всех  $x$ . При  $x \geq -1$  выражение  $|x+1| = x+1$  поэтому график данной функции совпадает с графиком функции  $y = \sqrt{x+1}$ , который мы привели на рис. 4. При  $x \leq -1$  данная функция определена, при этом  $y = \sqrt{-x-1}$ . Заметим, что данная функция в точках, симметричных относительно точки  $(-1)$ , принимает равные значения. Например, при  $x = 0$  и  $x = -2$  значения функции совпадают и равны 1. В точках 3 и  $(-5)$  значения функции также совпадают и равны 2. Про график данной функции говорят так: график функции симметричен относительно прямой  $x = -1$ . График данной функции приведен на рис. 5.

д) Преобразуем выражение, которым задается наша функция.

$$y = \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x+1)^2} = |x-2| - |x+1|.$$

При  $x \geq 2$   $y = x - 2 - x - 1 = -3$ .

При  $-1 < x < 2$   $y = -x + 2 - x - 1 = -2x + 1$ .

При  $x \leq -1$   $y = -x + 2 + x + 1 = 3$ .

График функции изображен на рис. 6.

е) Данная функция определена при  $x \geq 0$ . Для этих значений

$y = (-\sqrt{x})^2 = x$ . График функции приведен на рис. 7.

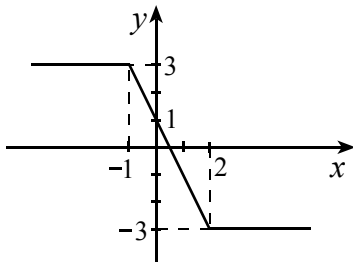


Рис. 6

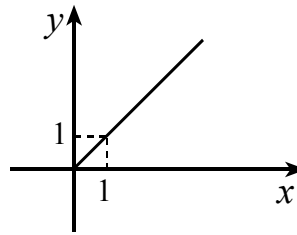


Рис. 7

**Пример 2.** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 3 - \sqrt{-x}, & \text{если } x \leq 0; \\ 3 - \frac{5}{2}x, & \text{если } 0 < x < 2; \\ \sqrt{x-2} - 2, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Δ На рис.3 в предыдущем примере мы строили график функции  $y = -\sqrt{-x}$ . Значения данной функции при  $x \leq 0$  получается из значений функции  $y = -\sqrt{x}$  прибавлением числа 3, т.е. график функции  $y = 3 - \sqrt{-x}$  получается из графика функции  $y = -\sqrt{-x}$  сдвигом параллельно оси  $Oy$  на 3 единицы вверх.

Рассмотрим функцию  $y = 3 - \frac{5}{2}x$ . Ее графиком является прямая, проходящая через точки  $(0;3)$  и  $(2;-2)$ . График данной функции при  $0 < x < 2$  совпадает с графиком прямой  $y = 3 - \frac{5}{2}x$ . При  $x \geq 2$  можно сначала построить график функции  $y = \sqrt{x-2}$ , а затем сдвинуть на 2

единицы вниз параллельно оси  $Oy$ . Составим таблицу значений функции

x	-9	-1	0	2	6
y	0	1	3	-2	0

График функции приведен на рис. 8.

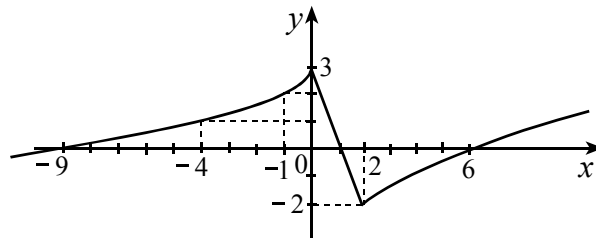


Рис. 8